

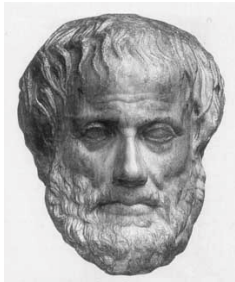
# 自由落體狂想曲

傅學海

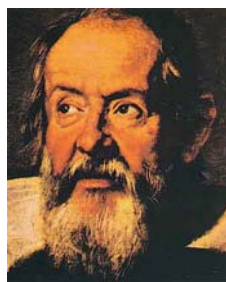
台灣師大 地球科學系

自由落體，一個再平常不過的現象，卻引起許多人的爭論，其中有四位最具代表性的人物：兩千多年前的大師亞里斯多德，歐洲文藝復興時期因比薩斜塔落體實驗著名的伽利略，提出萬有引力與運動三定律的牛頓，以及近一百年來最廣為人知的物理學家愛因斯坦。他們在不同的時代，對自由落體有不同的詮釋，進而影響了物理學的內涵與走向。

亞里斯多德用思辯論證的方法來探討自由落體現象，伽利略則以實驗來探討自由落體的現象，牛頓則以萬有引力（重力）與運動定律來解釋自由落體並推導出自由落體公式，愛因斯坦則體認到無法區分「自由落體」與「等加速度運動」兩種現象而發展出廣義相對論。



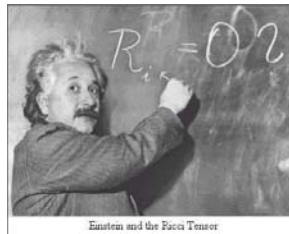
亞里斯多德



伽利略



牛頓



愛因斯坦

值得注意的是，亞里斯多德與伽利略分別是古希臘與歐洲科學啟蒙時

期的典型人物。亞里斯多德學派以哲學的觀點討論萬事萬物，依循的是思辯推理，而不是實驗。而伽利略則認為推理必須以實驗為依歸，基本上代表了現代物理學的觀點（在伽利略與牛頓的時代，還沒有物理學這個名詞當然他們也沒有物理學家這個職稱），雖然也很重視思辯推理，却用實驗來發現物體運動的速率與時間的關係。

## 重球墜落的比較快嗎？

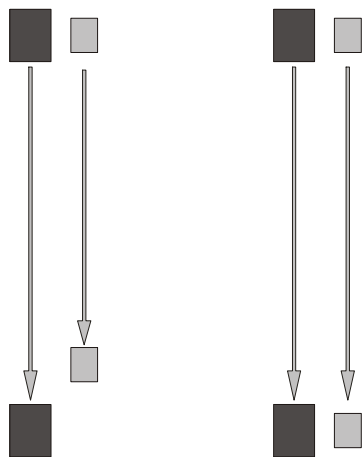
自由落體的「自由」一詞，原指當一個物體從靜止狀態自由墜落的情形。一個物體從手中落下的現象，就是自由落體。挑戰人類膽識的「高空彈跳」，在人體墜落的過程中，也屬於自由落體。這個日常生活中相當平凡的墜落現象，卻隱藏了極其深刻的內涵，歷史上許多第一流的頭腦都從自由落體中獲得啟發。

亞里斯多德認為重的物體墜落的比較快，輕的物體墜落的比較慢。這個看法卻引起長達一千多年的爭論，伽利略才由實驗證明亞里斯多德理論的錯誤，但是直到牛頓才提出萬有引力理論與運動定律從根本解決爭論。然而在二十世紀初期，自由落體卻又引發了新的想法。

運動，一直是古今能人志士所想要探討的現象。古希臘人常以直探本源的觀點來思考萬事萬物，當然也包括運動。亞里斯多德把運動分為兩類，地上的運動與天上的運動。

天體是完美的，其運行當然以完美的運動模式進行，即等速率圓運

動，像月亮、太陽就是典型的象徵。天上行星（當時只知道金木水火土五顆行星）的運行軌跡不是圓，但是卻可以化為許多圓運動的組合。



左圖：亞里斯多德認為越重的物體，墜落的越快。

右圖：伽利略認為物體不論輕重，墜落的速度都是一樣快。

另一方面，地上的物體又分為沿著地面的運動，以及墜落的運動。亞里斯多德學派認為地上物體的本質是墜落的，因為地球是宇宙的中心，是一切空中運動物體的歸宿，物體越重，趨向地球中心的傾向也越大，所以其墜落的速度也越大。而且自由落體的速度和它的重量成正比；也就是說，物體越重，墜落的越快。然而伽利略卻沒有辦法由實驗獲得這樣的結論。

伽利略認為物體不論輕重都墜落的一樣快。他用思維辨證的方式來駁斥亞里斯多德學派的說法，他用下面這個問題來探討物體墜落的速度。

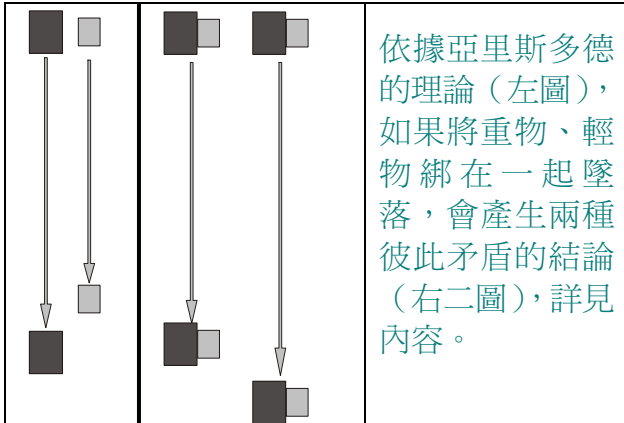
問題：將兩個一輕、一重的物體綁在一起，然後鬆手自由下墜。問這綁在一起的物體墜落速度，比「輕的物體」快？還是比「重的物體」快？

依據亞里斯多德學派的說法，輕的物體墜落的慢，重的物體墜落的快。所以兩個物體綁在一起，重物受到輕物的牽制而墜落的慢一點。所以，「兩者一起」落下的速度介於兩者「分別落下」的速度之間。但是，從另一個角度來看，輕重兩物綁在一起，一定比重物更重，所以「兩者一起」落下的速度應該更快。運用同一種前提，却得到兩種彼此矛盾的結論。顯然「輕的物體墜落的慢，重的物體墜落的快」這個前提是有問題的。

如果將前提改成「物體不論輕重都墜落的一樣快」，則可以避免自相矛盾的推論。這個問題顯示了邏輯的威力，但是「所有物體墜落的速度都一樣快」這個推論，是事實，還是思考的產物呢？這必須以實驗來加以驗證。而伽利略也真的用實驗證實了他的想法。

有關這個「輕物與重物綁在一起墜落」的思考論證，一般人都認為是伽利略最早提出來的。但是史學家卻發現是與伽利略同時代的數學家貝尼戴堤（Giovanni Battista Benedetti, 1530~1590）所提出，貝尼戴堤在 1585 年出版的《力學論》中，使用這個推理批判並駁斥亞里士多德的落體論。

「科學必須經過實驗的驗證」這個觀念，是經過亞里斯多德學派一千多年的威權洗禮以後，才逐漸解放成為自然科學的依據。自從古希臘推崇思考、輕實驗，整個中古歐洲都以亞里斯多德學派為依據，牽制了自由的思想，限制了各方面的發展。直到歐洲文藝復興時期，各種天文現象都與舊有的模式衝突，許多人以實驗來驗證學說，並且推動實驗的重要性。到了十七世紀，實驗與自然科學幾乎已經綁在一起，最後融為一體成為不可分割的連體嬰。



伽利略也確實進行了落體實驗，來反駁亞里斯多德學派的說法。伽利略一生中最著名的事蹟，當屬比薩斜塔實驗一事。但是說來尷尬，伽利略在比薩斜塔進行自由落體實驗一事，卻無法在他那個時代的文獻與人物所留之書信中找到任何相關的記載。這件事出現在 1717 年出版的《伽利略生平的歷史故事》一書，此書是伽利略的學生維維安尼（Vincenzo Viviani，1622 年—1703 年）在 1654 年所寫。而維維安尼在 1639 年在伽利略身邊時，伽利略已經 75 歲了，維維安尼本人並沒有親眼看過伽利略在比薩斜塔的落體實驗。



比薩斜塔

不管怎麼說，流傳的說法是這樣的。伽利略在 1590 年在比薩斜塔，進行了這個著名的自由落體實驗。將兩個一重、一輕的球體從七樓落下，證明了兩個物體同時落到地面，而推翻了亞里斯多德的論點。但是這個實驗卻無法證明或推翻「物體落下的速度與距離成正比」的說法，因為落下的速度太快了，無法測量物體墜落時的時刻與位置。

### 以實驗驗證自由落體

科學的真諦在實驗，所有的概念都必須經過實驗的檢驗，自由落體也不例外。在伽利略的時代，不可能直接進行自由落體實驗。自由落體的過程相當短暫，例如下墜一公尺的距離還不到 0.5 秒鐘；那個時代的測量技術無法在墜落的極短時間內，同時紀錄墜落物的位置與時刻。但是這個問題難不倒伽利略這位大師，他採用斜面來降低物體墜落的速度，測量出物體落下的速度確實與「落下的時間」成正比，而不是與「落下的距離」成正比。

伽利略在 1638 年出版的《兩種新科學的對話》一書中，敘述了落體定律，指出物體從靜止狀態開始自由落下，經過的距離與「落下的時間平方」成正比。

其實，伽利略在比薩斜塔的實驗並沒有完全驗證他的理論。空氣雖然無形，彷彿不會干擾物體的墜落，但是空氣確實對墜落的物體有阻力。空氣的阻力雖然微弱，仍然可以影響到自由落體的結果。墜落物越大，空氣阻力也越大，對相同物質的金屬球來說，大球墜落時經歷的空氣阻力比較大，所以會比輕球稍微快了一點點。

在 1612 年，也有人在比薩斜塔上做過類似的實驗，顯示兩球並沒有同時到達地面。

在真空狀態下，即使輕飄飄的羽毛，如果與鉛球在同一高度一起落下，一定也是同時碰到地面。早在十七世紀，波義爾（Robert Boyle, 1635~1703）就做過真空中的自由落體實驗。他在管子裡放了一支羽毛和一個硬幣，然後把管子抽成真空，驗證了羽毛與硬幣同時落下。

美國太空人阿姆斯壯在 1969 年 7 月 20 日第一次踏上月球，圓了人類登月夢。月球沒有大氣，月球表面積幾乎等同於真空狀態，大衛史考特（David Scott）在 1971 年登月任務中，在月球表面上做了一次自由落體實驗，將一把鐵鎚和一支羽毛同時從手中墜落，透過電視現場轉播，全球觀眾都目睹了鐵鎚與羽毛同時著地的畫面。

## 牛頓力學

伽利略以實驗驗證了自由落體的原理，但是他只是用實驗證明了「物體經過的距離」與「落下的時間平方」成正比。換句話說，他知道物體在自由落下的過程中，墜落物在任一時刻的速度與位置。他卻沒有提出「自由落體」為什麼會這樣的論點。任何人知道了伽利略的觀點，便能預測自由落體的「行動」，但是卻不知道為什麼有這種「行動」。直到「一代宗師」牛頓才從根本解決了運動這個議題，才將天上與地上的運動統一起來。

運動是物體隨時間而改變位置的現象，牽扯到物體的位置隨時間變化的情形。爲了要探討「變化」，牛頓發明了微積分這門數學工具，可以探討與計算距離隨時間的變化率。

牛頓將所有的運動現象歸納出三個定律：慣性原理、運動定律、反作用力，再加上萬有引力假設，建立了後來稱爲「牛頓力學」的豐功偉業。亞里斯多德學派將運動分爲天上與地

上的運動，分別遵行不同的運動法則，但是這理論卻不怎麼成功。刻卜勒提出行星運動三定律（見附錄），確定了太陽系中行星的運動法則，後人讚譽他是「爲天體定出運行法則的人」。直到牛頓力學出現，才將天上與地上的運動統合起來。

使用牛頓運動定律與重力公式，可以輕鬆導出自由落體公式。牛頓最出名的公式有兩個，一個是運動定律，另一個是萬有引力定律。牛頓「運動第二定律」常被簡稱爲「運動定律」，是說一個質量爲  $m$  的物體受到外力  $F$  的作用，便會產生加速度  $a$ ，數學形式爲

$$F = m a \quad \text{----- (1)}$$

萬有引力則幾乎是人人可以朗朗上口的概念，是讓蘋果掉下來的力，是讓所有人都可以站立在大地上，不會掉向天空的力。萬物之間都彼此互相吸引，與物體的質量成正比，與物體之間的距離平方成反比。如果只有兩個物體  $M$  與  $m$ ，彼此距離爲  $r$ ，則兩物體間的萬有引力  $F_g$  爲

$$F_g = \frac{GMm}{r^2} \quad \text{----- (2)}$$

一般都將萬有引力稱爲重力，後文一概以重力稱之。

依據牛頓的理論，自由落體便是物體受到地球重力的吸引而墜落的現象。

## 自由落體並不自由

自由落體現象幾乎無所不在。只要在地球表面空間中的運動，或是任何星球表面空間中的運動，幾乎都包含了自由落體。總結來說，只要在任何天體周圍的運動，都包含了自由落體運動。



任何物體在天體周圍的運動，都可以分解成兩種運動：(一)與重力方向平行的運動，(二)與重力方向垂直的運動。如果一個物體「只」受重力作用而墜落的運動，都可以稱為自由落體運動。但更廣義的概念是「一個物體只受重力作用的運動，不論這個物體的運動方向與重力方向相同或反向，都是自由落體運動」。

砲彈離開砲口以後的運動，分為水平方向（與地面平行）與垂直方向的運動。砲彈在垂直方向上升到最高點以後，下降的過程就是自由落體。（廣義的說法則是砲彈在垂直方向上升、下降的過程就是自由落體運動。）當然，這是假設空氣的阻力很小，可以忽略的情形。

自由落體中的「自由」，原意是指沒有受到任何力量的作用，自由自在的下墜。但是伽利略却認為，一定有一個力量施加在物體上，才能使它落下的速度越來越快。牛頓將這個力量稱為重力（即一般所說的萬有引力）。因此，自由落體並不自由，物體受到重力的約束。

一個真正自由的物體，應該呈現永遠靜止的狀態，或是永遠以相同的速率固定往一個方向移動。這便是伽利略與牛頓所提出的「慣性原理」。因此，自由落體的定義應該修正為一個物體只受到重力的作用，往重力方向墜落的現象。更吹毛求疵的人還會加上一個「物體開始是從靜止狀態落下」的條件。

如果你往下拍一個球，球不止受到重力下墜，你往下拍的力道也加速了球的下墜，這就不是自由落體了。

同樣的，物體在空氣中下墜，除了重力的吸引，也受到了空氣的阻力。嚴格說來，自由落體現象必須在真空中才能具體呈現。

## 重力質量與慣性質量

牛頓力學提出了自由落體的原理，推導出自由落體公式，並具此計算物體在自由落體過程中任一時刻的位置與速度，也通過了「實驗聖盃」的考驗。但是有關物體質量的測量方法與數值，卻相當程度的困擾了物理學家。

萬物都有質量，而且可以測量出每個物體的質量大小。依據牛頓的運動定律，對一物體施加一個力  $F$ ，則這個物體被推動後，產生一個加速度  $a$ ，則  $F$  與  $a$  的比值稱為這個物體的質量，即  $m = \frac{F}{a}$ 。使用這個方式所得到的質量稱為「慣性質量」。另一方面，一個物體受到重力吸引所得到的質量稱為「重力質量」，例如使用天平所得到的物體質量。在沒有重力的狀態下，或在太空中失重的狀態下，無法利用天平測量物體的質量。

有趣的是，「慣性質量」與「重力質量」的概念不同，測量的方式也不一樣。但是，對任何物體來說，其「慣性質量」與「重力質量」的數值都是相同的，無法分辨出任何差異。也就是說，重力質量與慣性質量的概念雖然不同，但是對同一物體所量測之兩種質量的數值是相同的。這情形，在牛頓力學建立之初就已經廣為科學家所知，但是沒有人有所懷疑，或是有所懷疑也說不出什麼所以然來。直到愛因斯坦才提出了他天才的看法，而改寫了牛頓力學，改變了重力的概念，改變了自由落體的概念。

## 廣義相對論中的等價原理

愛因斯坦所提出的廣義相對論，是目前處理重力的基本理論，其立足點就是等價原理。愛因斯坦在 1907 年首次提出等價原理，認為「物體在重力場中的情形」與「物體在等加速度

系統中的情形」是相同的。也就是說，如果我們處在一個密閉房間裡，不論如何進行各種實驗，都無法區分我們到底是在重力場中（例如在地球表面），或是等加速度的系統中（例如在一個等加速度前進的火箭中）。而這整個思辯論證，可以用自由落體來加以說明。

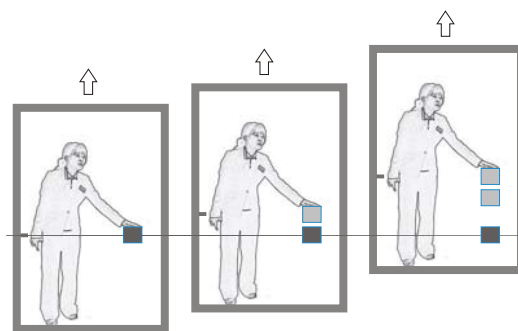
愛因斯坦認為既然無從區分「慣性質量」與「重力質量」，就表示無從區分「等加速度系統」與「重力系統」；也就是說，「等加速度系統」與「重力系統」具有同等的地位。這個想法可以用一個思考實驗來說明。

### 自由落體與等加速度運動

想像一個人處在一個密閉的房間裡，手中拿著一個球，進行自由落體實驗。這房間處於兩種情境中，一是房間坐落在地球表面，二是房間在一艘在太空中以等加速度前進的火箭內。兩個人都不知道自己在宇宙中的真實處境。

在地球表面密閉房間裡的人，他一鬆手，發現球墜落，測量的結果如伽利略的自由落體實驗一樣。他推論：「自己在一個星球的表面，球被重力吸引而下墜，而且這個星球的表面重力加速度為  $g$ 。」

現在想像一下在火箭中的人，他也想要進行自由落體實驗。他一鬆手，依據慣性原理，球留在原處不動，但是火箭以加速度  $g$  追上來，他自己站在地板上隨著火箭上升，看著球碰到地板。而且測量的結果顯示，這個球的運動加速度是  $g$ 。他得到一樣的推論：「自己在一個星球的表面，球被重力吸引而下墜，而且這個星球的表面重力加速度為  $g$ 。」



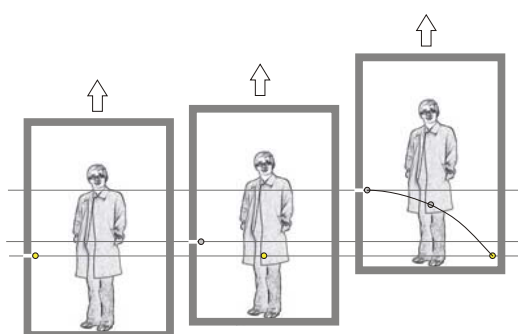
火箭密室中的人進行自由落體實驗

愛因斯坦由這個想法，推論在重力場中的現象，可以適用於等加速度系統中；相對的，在等加速度系統中的現象也可以適用於重力場中。可以用一個思考實驗，討論光線經過一個等加速度系統的情形，發現光線會彎曲。他因此推論光線經過重力場時，也會被重力作用而彎曲。

### 光線被重力彎曲

再想像火箭中房間的人，假設左側牆上有一個被玻璃封住的小洞，光線從這個小洞照進去。則在房間中的人看見怎樣的現象呢？

假想光線是一個個光子所構成。當第一個光子射入房間後，光子向右移動的同時，火箭前進。在房間的人就會看見光子往右移的同時，也往地板落下一點點。從火箭外射入的光線，形成一道往下彎曲的光線。



電梯中的星光偏折現象

這個光線彎曲的想像實驗，是在等加速度前進的火箭中進行的。依據「等價原理」，在等加速度系統中的現

象也可以適用於重力場中。因此，我們可以推論：「一束光線通過重力場時，會被重力作用而彎曲。」

但是地球的質量太小，重力作用太弱，無法將這種效應呈現出來。太陽的質量夠大，星光通過太陽附近被彎曲的效應，應該可以測量的出來。愛因斯坦在 1911 年建議可以在日全食的時候，測量太陽附近的亮星位置，與太陽不在的時候加以比較，看看這些亮星的位置有沒有變化，便能確定星光會不會被太陽的重力彎曲。

### 1919 年日全食證實星光彎曲

英國的愛丁頓爵士是當時少數了解廣義相對論的人士之一，他體認到在 1919 年 5 月 29 日發生的日全食，太陽正位於星星很多的金牛座，是驗證星光偏折的難得機會。

當時第一次世界大戰正在進行，英國與德國正是戰爭兩邊的敵國。但是科學沒有國界，德國的愛因斯坦論及日全食可以驗證星光被太陽重力偏折的效應；英國的愛丁頓決定觀測日全食加以驗證。

英國皇家學會決定觀測 1919 年的日全食驗證星光偏折的理論。在 1917 年準備兩組觀測隊，一組由格林威治天文台負責，橫跨大西洋遠赴巴西的索伯羅（Sobral）觀測；一組由愛丁頓率領的劍橋大學負責，到非洲西岸幾內亞的普林西普島（Principe）觀測。

這次日全食觀測的結果，證實星光確實偏離了原來的位置，偏折了 1.795 度，符合愛因斯坦的預測 1.70 度。這次日全食所發現的星光偏折成爲廣義相對論的三大觀測證據之一。另外兩個觀測證據分別是水星的軌道異常與白矮星光譜所呈現的重力紅移（red shift）。

### 結語

自由落體現象，歷經能人志士兩千年的探討，從理論到實驗，概念一變再變。亞里斯多德以思維辨證的方式，認爲自由落體是地面物體的本性。伽利略以實驗推翻亞里斯多德的論點，並提出「物體墜落的距離與時間平方成正比」。牛頓則以運動三定律與重力假設，統一了地面物體與天體的運動，並可以導出正確的自由落體公式。愛因斯坦提出廣義相對論，再度改寫牛頓的理論，認爲重力不過是物質周圍「時空」的彎曲程度。

同一種現象或事物，歷經不同年代的演變，而有不同的詮釋。自由落體正經歷了這個過程，千年過去，我們無法預料未來千年，自由落體是否還有新的看法與解釋，這正是科學有趣的地方，永遠讓人有新奇的感受。

### 參考文獻

《物理發展史上的里程碑》凡異出版社